

PR Prolog: Vorbemerkungen über Finanzmärkte

Wir beginnen mit einigen allgemeinen Ausführungen über Finanzgüter. Finanzgüter werden unterteilt in *Basisgüter* (auch: *primäre Güter*, *underlyings*) und *Derivative Finanzgüter* (auch: *Derivate*). Als Basisgüter können nicht nur Finanzgüter auftreten, es müssen nicht einmal Wirtschaftsgüter sein.

PR.1 Beispiele für Basisgüter:

- Aktien (handelbare Unternehmensanteile)
- Festverzinsliche Wertpapiere (Anleihen, “Renten”, Sparguthaben/Bankkonten, ...)
- Währungen
- Realgüter, also Handelswaren (Rohstoffe, landwirtschaftliche oder industrielle Produkte, ...)
- Versicherungsverträge
- Wetterzeitreihen. □

PR.2 Begriffsbestimmung. *Derivative Finanzgüter* sind Handelskontrakte über Basisgüter, die in die Zukunft reichen und deren Auszahlung(en) von der zukünftigen Wertentwicklung eines oder mehrerer Basisgüter abhängt(en).

Häufig synonym: *Contingent Claim* (“Bedingte Forderung”). □

PR.3 Beispiele. “Contingent Claims”/Derivate in der Lehrbuchliteratur.

- (a) *Ingersoll*, (1987), p. 50: “A contingent claim or derivative asset is one whose end-of-period-payoff is exactly determined by the payoffs on one or more of the other assets, sometimes distinguished by the name primitive assets.”
- (b) *Bingham und Kiesel* (2004), p. 2: “A derivative security or contingent claim is a financial contract whose value at expiration date T (more briefly, expiry) is determined exactly by the price of the underlying financial assets (or instruments) at time T .”
- (c) *Hull* (2015), p. 1: “A derivative security is a security whose value depends on the values of other more basic underlying variables ... Derivative securities are also known as contingent claims and these two terms will be used interchangeably throughout this book.”

- (d) Pliska (2000), p. 12: “A contingent claim is a random variable X that represents the time T payoff from a ‘seller’ to a ‘buyer’ ... In most cases the random variable X can be taken to be some function of an underlying security price, and so contingent claims are examples of what are called derivative securities.” $\square$

Wir gebrauchen den Begriff Claim (“Forderung”) nicht synonym zu Contingent Claim, sondern in Anlehnung an Pliska (2000, p. 12, siehe oben) und Irle (2012, p. 17) etwas allgemeiner:

PR.4 Begriffsbestimmung. Ein *Claim* ist eine reellwertige Zufallsvariable C . Sie modelliert eine finanzielle Forderung, die den Halter/Käufer zum Erhalt der zufallsabhängigen Auszahlung C von Seiten des Emittenden/Verkäufers zu einem definierten Zeitpunkt berechtigt. $\square$

PR.5 Beispiele für Derivate.

- (a) *Forwards und Futures:* Feste *Termingeschäfte*, das heißt Kontrakte, eine festgelegte Menge eines Basis-Finanzgutes zu einem vorab vereinbarten Erfüllungspreis innerhalb eines festgelegten zukünftigen Erfüllungszeitraumes oder zu einem festgelegten zukünftigen Erfüllungszeitpunkt zu verkaufen beziehungsweise zu kaufen.

Wichtig: Der Abschluß eines Forward oder eines Future führt nicht nur zu einem Recht, sondern auch zu einer Verpflichtung, den vereinbarten Handel des Basisgutes zu vollziehen. Der Handel findet also statt.

Forwards: Individuell gestaltete Kontrakte zwischen zwei Parteien, Handel “over the counter” (OTC), keine Markteinschaltung. Nichterfüllungsrisiko (Gegenparteirisiko).

Futures: Standardisierte Kontrakte, die an Finanzmärkten gehandelt werden. Periodischer, in der Regel täglicher Ausgleich der Wertschwankungen des Basisgutes auf einem Gegenkonto (“margin account”) durch einen Börsenmakler zur Minimierung des Nichterfüllungsrisikos (“*marking to market*”, siehe Hull (2015), Abschnitt 2.3.)

Eine ausführliche Abgrenzung von Forwards und Futures findet sich in Abschnitt 1.3 von Musiela und Rutkowski (2005).

- (b) *Swaps* (to swap: tauschen, Tauschgeschäfte machen): Individuell gestaltete Kontrakte zwischen zwei Parteien, Handel “over the counter” (OTC), keine Markteinschaltung. Bei Swaps werden keine Basisgüter sondern zukünftige Zahlungsströme ausgetauscht, die von der Wertentwicklung zugrundeliegender Basis-Finanzgüter abhängen. Je nach zugrundeliegendem Basis-Finanzgut unterscheidet man verschiedene Typen von Swaps.

Zinsswaps: Austausch von Zinszahlungsströmen auf dasselbe Grundkapital. Beispielsweise wird bei einem *plain vanilla Zinsswap* über eine

vorgegebene Laufzeit und ein fest vereinbartes Grundkapital ein Festzins gegen einen variablen Zins getauscht; letzterer kann vereinbart werden als LIBOR, EURIBOR oder ähnliches (London/European Interbank Offered Rate — täglich festgelegter Angebotszins im Interbankenhandel für Festgeldanlagen mit kurzen Laufzeiten).

Währungsswaps: Austausch von festverzinslichen Wertpapieren in unterschiedlichen Währungen. Hier werden nicht nur die Zinszahlungsströme, sondern auch die zugrunde liegenden Kapitalien getauscht.

Ähnlich: *Aktienwaps* und andere.

- (c) *Optionen*: Bedingte Termingeschäfte, das heißt Kontrakte, die das Recht beinhalten, eine festgelegte Menge eines Basis-Finanzgutes zu einem vorab vereinbarten Ausübungspreis bis zu einem festgelegten zukünftigen Auslaufzeitpunkt oder exakt zum Auslaufzeitpunkt (*Ausübungszeitpunkt*) zu verkaufen beziehungsweise zu kaufen.

Wichtig: Der Kauf einer Option gibt nur ein Ausübungsrecht aber keine Verpflichtung, den Handel des Basisgutes zu vollziehen. Der Verkauf einer Option führt nur zur Verpflichtung, als Handelspartner zur Verfügung zu stehen, gibt aber kein Recht auf den Handel. Der Handel des Basisgutes findet also nicht notwendig statt.

Amerikanische Option: Ausübung jederzeit bis zum festgelegten Auslaufzeitpunkt.

Europäische Option: Ausübung nur exakt zum festgelegten Auslaufzeitpunkt.

Put-Option: Verkaufsoption.

Call-Option: Kaufoption.

Kombination führt zu vier grundlegenden Optionstypen. (Wie bei Swaps existieren viele weitere: *Exotische Optionen*, etwa Barriere-Optionen, Russische, Asiatische und Bermuda-Optionen, Cliquets, ... Die Auszahlungsbeträge sind meist *pfadabhängig*, nicht nur schlußstandsabhängig.) □

PR.6 Bemerkungen

- (a) Ein derivatives Finanzgut kann sich statt auf ein einzelnes Basisgut auch auf einen (hypothetischen) “Warenkorb” von Finanzgütern beziehen, etwa auf das einem Aktienindex zugrundeliegende Musterportfolio von Aktien. Beispiele dafür sind *DAX-Optionen*, *EURO STOXX 50-Optionen*.
- (b) Derivative Finanzgüter können sich auch selbst wieder auf Derivate statt auf primäre Basisgüter beziehen. Beispiele dafür sind *Swaptions* (Swap-Options), das heißt Optionen auf Swaps. □

Nun wenden wir uns Finanzmärkten zu, also Märkten, auf denen Finanzgüter gehandelt werden: Geldmarkt, Kreditmarkt, Kapitalmarkt, Devisenmarkt.

PR.7 Bemerkung. Zu unterscheiden ist bei allen Markttypen zwischen Märkten für primäre Güter, etwa

- Aktienmärkten (New York Stock Exchange, London Stock Exchange, Deutsche Börse Frankfurt)
- Rentenmärkten (für festverzinsliche Wertpapiere)
- Geldmärkten, Währungs- oder Devisenmärkten
- Getreidebörsen (Chicago Mercantile Exchange)
- Warenbörsen (London Metal Exchange und andere Rohstoffmärkte)

⋮

und Märkten für derivative Finanzgüter, etwa

- Futuresmärkte, Optionenmärkte, Swapmärkte, ... (Chicago Board of Trade, Chicago Board Options Exchange als erster Optionenmarkt 1973 gegründet, Chicago Mercantile Exchange, London International Financial Futures Exchange, European Exchange in Frankfurt — CBOT, CBOE, CME, LIFFE, EUREX, Übersicht Stand 1990 in Hull (2015), p. 475).

Der Handel kann in Form einer Präsenzbörse (“Parketthandel”, Auslaufmodell) oder online in Form einer Computerbörse geschehen (Beispiel: Elektronische Handelsplattform XETRA der Deutschen Börse AG). $\square$

PR.8 Bemerkung. Hull (2015, Abschnitt 1.5) unterscheidet drei Typen von Händlern in Derivate-Märkten:

- (a) *Hedger* (“Absicherer”). To hedge = sich gegen mögliche Verluste sichern, indem man auf das Gegenteil wettet.

Hedger haben aus einer ökonomischen Aktivität außerhalb des Derivate-Marktes eine Risikoposition, die sie mittels Derivaten zu verringern versuchen. Beispiel: Währungsrisiko eines Produktionsbetriebes durch Zahlung von Rohstofflieferungen in Fremdwährung. Reduktion durch Vereinbarung eines entsprechenden Forward direkt mit dem Lieferanten oder durch Kauf einer Call-Option auf die Fremdwährung. Es gibt viele Beispiele aus der Assekuranz, etwa die Reduktion von (insbesondere von Rückversicherern) übernommenen Hagel- und Sturmrisiken durch Wetterderivate; ähnliches gilt für Ernteausfallversicherungen. (Alternative: Verbriefung der Risiken zu Handelszwecken — etwa Hagelbonds.) Die Reduktion großer Versicherungsrisiken in Fremdwährungen funktioniert wie bei Produktionsbetrieben, dies betrifft ebenfalls insbesondere Rückversicherer.

- (b) *Spekulanten*. Spekulanten haben ihr primäres Betätigungsfeld im jeweiligen Finanzmarkt. Sie versuchen, durch Wetten auf die Preisentwicklung Gewinne zu erzielen. Dabei nutzen sie auch den *Hebeleffekt* (leverage effect) von Optionen aus.

Hypothetisches Beispiel: Wir unterstellen einen Aktienpreis von \$ 32 und für eine Call-Option mit einem Ausübungspreis von \$ 35 auf diese

Aktie einen Preis von \$ 0.50 . Der Aktienpreis steige bis zum Ausübungszeitpunkt auf \$ 40. Dann ist der

$$\text{Gewinn/Aktie} = 25\%$$

$$\text{Gewinn/Optionsschein} = 900\% \quad (\$ 4.50).$$

Hinweis: Maßzahlen zur Größe des Hebeleffektes findet man etwa bei Steinbrenner (1999) in Abschnitt 3.4.

- (c) *Arbitrageure*. Arbitrageure suchen risikolosen Profit (Arbitrage) durch simultanes Engagement in mehreren Transaktionen auf einem oder mehreren Finanzmärkten.

Hypothetisches Beispiel: Gegeben seien eine Aktie, die in New York und in London gehandelt wird mit Preisen von \$ 172 in New York und £ 100 in London sowie ein Wechselkurs \$ 1.75 pro £. Dann besteht folgende Arbitragemöglichkeit: Kauf von 100 Aktien in New York, Verkauf dieser Aktien in London, Geldumtausch £ in \$. Als risikoloser Gewinn ergibt sich

$$100 \cdot (\$ 1.75 \cdot 100 - \$ 172) = \$ 300 .$$

Auf Grund von Markttransparenz und -effizienz bringen Arbitrageure durch ihr Handeln Arbitragemöglichkeiten zum Verschwinden. $\square$

Im Derivate-Handel können sich Händler in einer *long position* (Käufer-Position) oder in einer *short position* (Verkäufer-Position) befinden. Zum Beispiel meint bei

- Forwards und Futures die
 - long position den zukünftiger Käufer des Basisgutes
 - short position den zukünftiger Verkäufer des Basisgutes.
- Optionen die
 - long position den Käufer der Option (also den Träger des Optionsrechtes)
 - short position den Verkäufer der Option (also den Träger der Verpflichtung).

PR.9 Begriffsbestimmung. Unter *short selling* (“Leerverkauf”) versteht man (nach Hull (2015), Abschnitt 3.1) den Verkauf von (geliehenen) Wertpapieren, ohne sie zu besitzen, verbunden mit der zwischenzeitlichen Übernahme von Verpflichtungen aus dem Papier (zum Beispiel zu Zins- oder Dividendenzahlungen) und dem abschließenden Ausgleich der Position. Im Zuge der Finanzmarktkrise 2008–2010 erfolgten temporäre (und auf Teilmärkten auch unbefristete) aufsichtsrechtliche Einschränkungen für Leerverkäufe. $\square$

Als Abschluß dieses Paragraphen befassen wir uns mit dem No-Arbitrage-Prinzip der Preisbestimmung auf Finanzmärkten.

Generell wird dabei ein *friktionsloser Markt* vorausgesetzt, das heißt es gelten folgende Voraussetzungen (in Anlehnung an Musieala und Rutkowski (2005), p. 8 — der Begriff wird in der Literatur sehr uneinheitlich gebraucht):

- Alle Marktteilnehmer sind “price taker” nicht “price maker”.
- Alle Marktteilnehmer haben gleichermaßen Zugang zu allen relevanten Informationen.
- Es gibt keine Transaktionskosten und Steuern. (Genauer: Das Marktgeschehen ist abgabenneutral.) Stichworte: Tobin-Steuer, Finanztransaktionssteuer.
- Alle gehandelten Finanzgüter sind beliebig teilbar und liquide (das heißt verfügbar).
- Short sales sind in beliebigem Umfang möglich.
- Es stehen Bankkredite in beliebiger Höhe zur Verfügung, der Guthabenzins und der Kreditzins stimmen untereinander und für alle Marktteilnehmer überein. Insbesondere existiert eine risikolose Geldanlage (das “Bankkonto”).

Offensichtlich sind alle diese Annahmen jeweils mehr oder minder stark verletzte Idealisierungen. (Siehe die Kredit- und Liquiditätsengpässe im Verlaufe der Finanzmarktkrise 2008–2010 und die seitherigen Auseinandersetzungen in der EU um Finanztransaktionssteuern, ...) sowie (teilweise kriminelle) Versuche von Marktpreis- und Referenzzinssatzmanipulationen.

PR.10 No-Arbitrage-Prinzip. Es gibt keine *Arbitrage*, das heißt keine Möglichkeit, ohne Einsatz von Kapital und damit ohne Verlustgefahr einen Gewinn zu erzielen. Preisfestlegungen für Finanzgüter geschehen so, daß Arbitrage ausgeschlossen ist. □

PR.11 Bemerkungen

- (a) Das No-Arbitrage-Prinzip läßt sich wie folgt umformulieren: Es gibt keine Möglichkeit, mit Sicherheit mindestens denselben Gewinn wie auf dem Bankkonto zu erzielen und mit positiver Wahrscheinlichkeit einen strikt größeren.
- (b) Bei Verletzung des No-Arbitrage-Prinzips kann kein Marktgleichgewicht entstehen, da Arbitrageure dann den Markt als “Geldpumpe” benutzen könnten.
- (c) Das No-Arbitrage-Prinzip ist ein *ökonomisches Prinzip*, welches die Preisbestimmung für Finanzgüter auf der Basis *mathematischer Modellbildung* ermöglicht. □

PR.12 Beispiel. Preisbestimmung bei einem Forward:

$S_0 > 0$: Aktueller Preis (zum Zeitpunkt 0) des Basis-Finanzgutes

$t > 0$: Zeitpunkt der Dividendenausschüttung auf das Basis-Finanzgut

$D_t > 0$: Bekannte Dividendenhöhe
 $T > t$: Erfüllungszeitpunkt
 F : Erfüllungspreis (zu ermitteln)
 $r > 1$: Aufzinsungsfaktor für das Bankkonto
 $v := 1/r$: Diskontierungsfaktor.
 Es gilt

$$F = (S_0 - D_t v^t) r^T. \quad (\text{PR.12.1})$$

Die Begründung geschieht durch Angabe von Arbitragemöglichkeiten bei Ungleichheit.

Annahme: $F > (S_0 - I) r^T$, wobei $I := D_t v^t$. Dann existiert die folgende Arbitragestrategie (die darauf beruht, daß das Basisgut zum Zeitpunkt T "zu teuer" ist):

- Eingehen einer short position im Forward.
- Ausleihen von S_0 zum Zeitpunkt 0 gegen Verzinsung gemäß r und Kauf des Basisgutes.
- Einnahme der Dividende D_t und damit partielle Schuldenrückzahlung zur Zeit t .
- Verkauf des Basisgutes zur Zeit T und zum Preis F als Erfüllung des Forward sowie Zahlung der Restschuld

$$(S_0 r^t - D_t) r^{T-t}$$

an die Bank.

Diese Strategie liefert ohne Startkapitaleinsatz einen vom Marktpreis des Basisgutes unabhängigen Gewinn zur Zeit T von

$$F - (S_0 r^t - D_t) r^{T-t} = F - (S_0 - I) r^T > 0.$$

Annahme: $F < (S_0 - I) r^T$. Auch dann existiert eine Arbitragestrategie:

- Eingehen einer long position im Forward.
- Short selling des Basisgutes zum Zeitpunkt 0, Bankkonto-Anlage des Kaufpreises S_0 gegen Verzinsung gemäß r .
- Dividendenzahlung von D_t zur Zeit t aus dem Bankguthaben.
- Kauf des Basisgutes zur Zeit T zum Preis F als Erfüllung des Forward und Rückgabe des Gutes als Ausgleich des short selling.

Diese Strategie liefert ohne Startkapitaleinsatz einen vom Marktpreis des Basisgutes unabhängigen Gewinn zur Zeit T von

$$\begin{aligned}
 \text{Bankkontostand zur Zeit } T - \text{Erfüllungspreis} &= \\
 (S_0 r^t - D_t) r^{T-t} - F &= \\
 (S_0 - I) r^T - F &> 0. \quad \blacksquare
 \end{aligned}$$

Aus dem No-Arbitrage-Prinzip erhält man als

PR.13 Folgerung. *Gegeben seien zwei Kombinationen von je endlich vielen Finanzgütern (Portfolios), deren Werte V_T und W_T zu einem zukünftigen Zeitpunkt $T > 0$ übereinstimmen. Dann stimmen auch die gegenwärtigen Werte V_0 und W_0 überein, sofern in $[0, T]$ keine Dividendenzahlungen fällig werden.*

Begründung. Annahme: Gelte $V_0 \neq W_0$ und ohne Beschränkung der Allgemeinheit $V_0 > W_0$. Dann betrachten wir die folgende *Handelsstrategie*:

- Short selling des ersten, zum Zeitpunkt 0 “zu teuren” Portfolios zum Zeitpunkt 0 und Preis V_0 , Kauf des zweiten Portfolios zum Preis W_0 , Anlage der Differenz als risikoloses Bankguthaben mit angenommenem Aufzinsungsfaktor $r > 1$.
- Verkauf des zweiten Portfolios zum Zeitpunkt T und Preis W_T sowie Kauf des ersten Portfolios zum Preis $V_T = W_T$ und Ausgleich des short selling. Dies ist eine Arbitrage, da kein Startkapital benötigt wird und der sichere Gewinn $(V_0 - W_0)r^T$ verbleibt. ■

PR.14 Folgerung (Put-Call-Parität).

Für die derzeitigen Preise P_0 beziehungsweise C_0 eines europäischen Put und eines europäischen Call auf dasselbe Basisgut, mit identischem Ausübungszeitpunkt $T > 0$ und identischem Ausübungspreis $K > 0$ gilt

$$S_0 + P_0 = C_0 + K v^T.$$

Dabei sei $v \in (0, 1)$ der Diskontierungsfaktor der risikolosen Geldanlage und S_0 der derzeitige Preis des Basis-Finanzgutes.

PR.15 Bemerkung. Folgerung PR.13 gilt, wie aus der Begründung ersichtlich ist, nur für Portfolios, auf die keine Zins- oder Dividendenzahlungen im Betrachtungszeitraum fällig werden. Demzufolge gelten die darauf aufbauende Put-Call-Parität PR.14 sowie die aus ihr abgeleiteten Folgerungen PR.16 und PR.17 in der vorliegenden Form nur für Optionen, die sich auf innerhalb der Optionslaufzeit *dividendengeschützte Basisgüter* (“no-dividend-paying stocks”) beziehen. Für Modifikationen im und Erweiterungen auf den Fall von Dividendenzahlungen siehe Hull (2015), Abschnitt 7.7 und Sandmann (2010), Proposition 2.1 sowie unsere daraus abgeleiteten Übungsaufgaben 10 und 11. □

Begründung von Folgerung PR.14 mit Hilfe von Folgerung PR.13.

Portfolio 1:

- Basis-Finanzgut mit unbekanntem Wert S_T zur Zeit T
- Obiger Put, Wert zur Zeit T : $(K - S_T)^+$.

Der Wert dieses Portfolios zur Zeit T ist

$$V_T := S_T + (K - S_T)^+ = S_T \vee K.$$

Portfolio 2:

- Bankkonto mit Startguthaben $K v^T$ zur Zeit 0, Wert K zur Zeit T
- Obiger Call, Wert zur Zeit T : $(S_T - K)^+$.

Der Wert dieses Portfolios zur Zeit T ist

$$W_T := K + (S_T - K)^+ = K \vee S_T = V_T.$$

Folgerung PR.13 liefert $V_0 = W_0$, also

$$S_0 + P_0 = C_0 + K v^T.$$

■

PR.16 Folgerung (Wertuntergrenze europäischer Calls).

In der Situation von Folgerung PR.14 gilt

$$C_0 \geq (S_0 - K v^T)^+.$$

PR.17 Folgerung. Für die derzeitigen Preise P_0 beziehungsweise $P_0^{(A)}$ eines europäischen beziehungsweise amerikanischen Put und C_0 beziehungsweise $C_0^{(A)}$ eines europäischen beziehungsweise amerikanischen Call auf dasselbe Basisgut mit identischem Ausübungszeitpunkt $T > 0$ und identischem Ausübungspreis $K > 0$ gelten

- (a) $P_0 \leq P_0^{(A)}$
- (b) $C_0 = C_0^{(A)}$
- (c) $C_0^{(A)} \geq (S_0 - K v^T)^+ \quad (v \leq 1 : \text{Diskontierungsfaktor}), \text{ das heißt die Wertuntergrenze gilt auch für amerikanische Calls.}$

Zusatz. Es ist nie optimal, einen amerikanischen Call vor dem Auslaufzeitpunkt auszuüben; der direkte Kauf des Basis-Finanzgutes oder der Verkauf des Call ist besser.

Begründung. Sowohl die amerikanische Put-Option als auch die amerikanische Call-Option unterscheiden sich von der entsprechenden europäischen Option durch das zusätzliche Recht zur vorzeitigen Ausübung. Dies liefert (a), $C_0 \leq C_0^{(A)}$ und mittels Folgerung PR.16 auch (c).

Es bleibt der Zusatz zu beweisen, denn er impliziert, daß das zusätzliche Recht im Falle einer amerikanischen Call-Option wertlos ist und somit $C_0 = C_0^{(A)}$ gelten muß.

Nachweis des Zusatzes: Seien $t \in (0, T)$ und S_t der Wert des Basis-Finanzgutes zur Zeit t . Im Fall $S_t < K$ ist offenbar der direkte Kauf des Basisgutes vorzuziehen. Sei also $S_t \geq K$. Unmittelbar nach Ausübung des amerikanischen Call zur Zeit t und Kauf des Basis-Finanzgutes auf Kredit ist der Wert des so entstehenden Portfolios $S_t - K$. Wird stattdessen der Call zur Zeit t zum dann aktuellen Preis $C_t^{(A)}$ verkauft und der Erlös auf einem Bankkonto angelegt, so

hat das (nur aus diesem bestehende) Portfolio dann den Wert

$$C_t^{(A)} \geq C_t \geq S_t - K v^{T-t} > S_t - K$$

(erste Abschätzung nach dem schon bewiesenen Teil von (b), zweite nach Folgerung PR.16 mit Ausgangszeitpunkt t statt 0 und letzte Abschätzung wegen $K > 0, v < 1, T > t$). ■

PR.18 Bemerkungen

(a) Es gibt zwei zusammenwirkende *ökonomische* Gründe, warum ein amerikanischer Call nicht vorzeitig ausgeübt werden sollte:

- *Versicherung*. Wird die Option vorzeitig ausgeübt, so trägt der Investor “freiwillig” das Kursrisiko für das Basis-Finanzgut zwischen dem Ausübungszeitpunkt und dem Auslaufzeitpunkt der Option. Er verzichtet auf einen Teil des “Versicherungsschutzes” gegen fallende Kurse.
- *Zinsen auf den Ausübungspreis*. Wird die Option vorzeitig ausgeübt, so verzichtet der Investor “freiwillig” auf den garantierten Zinsertrag auf den Ausübungspreis in der Zeit zwischen der Ausübung und Auslaufen der Option. Mit den Bezeichnungen aus PR.17 beträgt der Zinsverlust $K(v^{t-T} - 1)$.

(b) Für Put-Optionen gilt nicht notwendig $P_0 = P_0^{(A)}$, das heißt vorzeitige Ausübung kann optimal sein.

Der intuitive Grund ist, daß hier die beiden ökonomischen Argumente aus (a) gegenläufig wirken und nicht generell klar ist, welcher Effekt überwiegt: Vorzeitige Ausübung der Put-Option führt zu einem Verlust der Versicherung gegen steigende Kurse des Basis-Finanzgutes innerhalb der Restlaufzeit der Option, dagegen fällt dadurch in derselben Zeit ein Zinsgewinn auf den Ausübungspreis an.

(c) Für eine Diskussion der Auswirkungen unterschiedlicher Ausübungspreise oder unterschiedlicher Ausübungszeitpunkte (jeweils bei ansonsten exakt gleichen Daten) auf den Preis europäischer Call-Optionen (und wegen der Put-Call-Parität auch auf den Preis europäischer Put-Optionen) sowie für Put-Call-Preisdifferenzschranken bei amerikanischen Optionen verweisen wir auf Bingham und Kiesel (2004), Propositionen 1.3.4 sowie 1.3.5 und unsere daraus abgeleiteten Übungsaufgaben 7 und 8. □

Als weitere Anwendung des No-Arbitrage-Prinzips ergibt sich die Preisbestimmung absicherbarer Claims durch Hedging.

PR.19 Begriffsbestimmung. Ein Claim C heißt *absicherbar*, falls zur aktuellen Zeit (also zur Zeit 0) ein Portfolio existiert, welches mit seinem Wert

zur Fälligkeitszeit T von C den Claim mit Sicherheit exakt reproduziert. Ein solches Portfolio heißt ein *Hedge des Claim*. $\square$

Diese Begriffsbildung muß wegen des Bezugs auf die innerhalb des Finanzmarktes zur Verfügung stehenden Portfolios, wie andere in diesem einleitenden Abschnitt eingeführten Begriffe auch, später im Rahmen von Finanzmarktmodellen präzisiert werden.

PR.20 Folgerung und Bezeichnung. *Es sei C ein absicherbarer Claim, und es gelte das No-Arbitrage-Prinzip PR.10 für die Preisbestimmung von Finanzgütern. Dann ist der Preis $s_0(C)$ von C zur Zeit 0 eindeutig bestimmt und gegeben als Wert zur Zeit 0 irgendeines Hedges.*

Dieser Preis wird fairer Preis des Claim genannt. Er kann mit jedem beliebigen Hedge des Claim bestimmt werden.

Begründung. Für je zwei Hedges von C und das nur aus dem Claim C selbst bestehende Portfolio liefert das No-Arbitrage-Prinzip in Gestalt der Folgerung PR.13 wegen der Wertgleichheit aller drei Portfolios zur Fälligkeitszeit des Claim auch Wertgleichheit zur aktuellen Zeit. $\blacksquare$